Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Knab

1 maximumscore 3

- Het werkelijke aantal in week 43 is 33 750 — 1
- Het berekende aantal op $t = 42$ is 31 459 (of: het uit de grafiek afgelezen aantal is 31 500) — 1
- Het gevraagde verschil is 2300 — 1

Opmerking
Bij elke afgelezen waarde is een afleesmarge van 500 *toegestaan.*

2 maximumscore 3

- Beschrijven hoe de vergelijking $e^{0,0463 \cdot t} = 10$ kan worden opgelost — 1
- Dit geeft $t = 49,7...$ — 1
- Het antwoord: 50 (weken) — 1

3 maximumscore 4

- Het tekenen van de raaklijn aan de grafiek bij weeknummer 31 — 1
- Het aflezen van twee punten op de raaklijn, bijvoorbeeld $(40, 25\,500)$ en $(16, 5500)$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\dfrac{25\,500 - 5500}{40 - 16} = 833,...$ — 1
- De gevraagde benadering is 800 (klanten per week) — 1

Opmerkingen
- *Ten gevolge van tekenen en aflezen mag de gevraagde benadering maximaal 200 afwijken van de hierboven gegeven waarde.*
- *Als bij de beantwoording van deze vraag geen gebruik is gemaakt van de grafiek in de figuur (op de uitwerkbijlage), voor deze vraag geen scorepunten toekennen.*

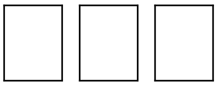
4 maximumscore 3

- $e^{0,0463 \cdot t} = \frac{1}{4500} \cdot N \ (= 0,00022... \cdot N)$ — 1
- $0,0463 \cdot t = \ln(\frac{1}{4500} \cdot N)$ — 1
- $t = \frac{1}{0,0463} \cdot \ln(\frac{1}{4500} \cdot N) = 21,60... \cdot \ln(0,00022... \cdot N)$ dus de gevraagde waarde van a is 21,60 en de gevraagde waarde van b is 0,00022 — 1

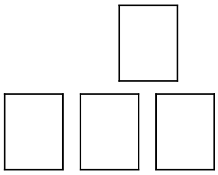
Blikstapelingen

5 maximumscore 2

Het tekenen van de twee mogelijkheden



en



Opmerking
Per vergeten of foutieve mogelijkheid 1 scorepunt in mindering brengen.

6 maximumscore 4

- Er is één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag en 0 blikken op de tweede laag en drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 1 blik op de tweede laag — 1
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 2 blikken op de tweede laag — 1
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 3 blikken op de tweede en/of derde laag — 1
- Er zijn twee mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 1 blik op de derde laag; één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 2 blikken op de derde laag; één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag, 2 blikken op de derde laag en 1 blik op de vierde laag (dus in totaal $1+3+3+3+2+1+1=14$ mogelijke stapelingen) — 1

of

- Er is één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag en 0 blikken op de tweede laag en drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 1 blik op de tweede laag — 1
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 2 blikken op de tweede laag — 1
- Er zijn twee mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 2 blikken op de tweede laag en 1 blik op de derde laag — 1
- Er zijn vijf mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 0 of meer blikken op de derde en/of vierde laag (dus in totaal $1+3+3+2+5=14$ mogelijke stapelingen) — 1

of

- Het vermelden of tekenen van de stapeling met alleen 4 blikken op de onderste laag en het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 5 blikken 1
- Het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 6 blikken 1
- Het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 7 blikken 1
- Het vermelden of tekenen van de twee mogelijke stapelingen met in totaal 8 blikken, het vermelden of tekenen van de mogelijke stapeling met in totaal 9 blikken en het vermelden of tekenen van de mogelijke stapeling met in totaal 10 blikken (dus in totaal $1+3+3+3+2+1+1=14$ mogelijke stapelingen) 1

7 maximumscore 3

- Er geldt: $C_5 = C_0 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_3 + C_2 \cdot C_2 + C_3 \cdot C_1 + C_4 \cdot C_0$ 1
- $C_5 = 1 \cdot 14 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 14 \cdot 1$ 1
- Het antwoord: $C_5 = 42$ 1

8 maximumscore 4

- De afgeleide van $\mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n}$ is $1{,}386 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n}$ 1
- De afgeleide van $n^{-1{,}5}$ is $-1{,}5 \cdot n^{-2{,}5}$ 1
- $B_n' = 0{,}564(1{,}386 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot n^{-1{,}5} + \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot -1{,}5n^{-2{,}5})$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Dit herleiden tot $B_n' = 0{,}782 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot n^{-1{,}5} - 0{,}846 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot n^{-2{,}5}$ 1

Opmerking
Als de kandidaat de productregel niet of niet juist heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

9 maximumscore 3

- Beschrijven hoe de vergelijking $0{,}782 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot n^{-1{,}5} - 0{,}846 \cdot \mathrm{e}^{1{,}386 \cdot n} \cdot n^{-2{,}5} = 500\,000$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $n = 12{,}\ldots$ 1
- Dus (vanaf) 13 (blikken) 1

Kaarten schudden

10 maximumscore 4

- Voor de eerste speler zijn $\binom{16}{4}$ mogelijkheden 1
- Voor de overige spelers zijn dan nog $\binom{12}{4}$, $\binom{8}{4}$ (en $\binom{4}{4}$) mogelijkheden 1
- In totaal zijn er dus $\binom{16}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} (\cdot \binom{4}{4}) = 63\,063\,000$ mogelijkheden 1
- Dus het antwoord is $2{,}1 \cdot 10^{13} : 63\,063\,000$ en dat is 330 000 (keer zo groot) 1

of

- Iedere mogelijke volgorde van de kaarten die elke speler krijgt resulteert in dezelfde verdeling van kaarten 1
- Voor elke speler bestaan er 4! van zulke volgordes 1
- Er zijn dus voor iedere verdeling $(4!)^4$ verschillende mogelijkheden 1
- $(4!)^4 = 331\,776$, dus het antwoord is 330 000 (keer zo groot) 1

11 maximumscore 2

- $A = 1{,}5 \cdot {}^2\log(108) = 10{,}1...$ 1
- (Er moet dus) 11 keer (worden geschud) 1

12 maximumscore 4

- De afgeleide van ${}^2\log(n)$ is $\dfrac{1}{n\ln(2)}$ 1
- $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}n} = \dfrac{1{,}5}{n\ln(2)}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- n is positief, dus is $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}n}$ positief en dus is A stijgend 1
- n staat in de noemer, dus als n groter wordt neemt $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}n}$ af en dus is A afnemend stijgend 1

13 maximumscore 4

- Als x het aantal kaarten in eerste instantie is, dan is het nieuwe aantal $4x$ 1
- $1{,}5 \cdot {}^2\log(4x) = 1{,}5 \cdot ({}^2\log(4) + {}^2\log(x))$ 1
- $1{,}5 \cdot ({}^2\log(4) + {}^2\log(x)) = 1{,}5 \cdot (2 + {}^2\log(x))$ 1
- $1{,}5 \cdot (2 + {}^2\log(x)) = 3 + 1{,}5 \cdot {}^2\log(x)$ (en dat is inderdaad 3 meer dan bij x) 1

Zeepbellen

14 maximumscore 3

- Invullen in de formule geeft $\frac{1}{c}=\frac{1}{2,5}-\frac{1}{4}(=0,15)$ — 1
- Hieruit volgt $c=\frac{1}{0,15}(=6,66...)$ (of beschrijven hoe de vergelijking kan worden opgelost) — 1
- De gevraagde straal is 67 (mm) (of 6,7 cm) — 1

15 maximumscore 4

- De formule $\frac{1}{c}=\frac{1}{b}-\frac{1}{3}$ — 1
- Als b afneemt, neemt $\frac{1}{b}$ toe — 1
- (Dan neemt ook $\frac{1}{b}-\frac{1}{3}$ toe,) dus $\frac{1}{c}$ neemt toe — 1
- Als $\frac{1}{c}$ toeneemt, neemt c af — 1

16 maximumscore 3

- $\frac{1}{c}=\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\right)\frac{a}{ab}-\frac{b}{ab}$ — 1
- $\frac{1}{c}=\frac{a-b}{ab}$ — 1
- Dit geeft $\frac{c}{1}=\frac{ab}{a-b}$ (of $c(a-b)=ab$), dus $c=\frac{ab}{a-b}$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

17 maximumscore 5

- $\dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}b} = \dfrac{3 \cdot (3-b) - 3b \cdot -1}{(3-b)^2}$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}b} = \dfrac{9}{(3-b)^2}$ — 1
- In $\dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}b} = \dfrac{9}{(3-b)^2}$ is de teller positief en de noemer ook, dus de afgeleide is positief, dus c is stijgend — 1
- Dat betekent dat c afneemt als de straal van de kleinste zeepbel b kleiner wordt — 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}b} = \dfrac{3 \cdot (3-b) - 3b \cdot -1}{(3-b)^2}$ — 2
- Een schets van de grafiek van de afgeleide — 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat de afgeleide (voor elke relevante waarde van b) positief is en c dus stijgend is — 1
- Dat betekent dat c afneemt als de straal van de kleinste zeepbel b kleiner wordt — 1

Schildpadden

18 maximumscore 3

- $0{,}18 < \dfrac{G}{15^3} < 0{,}22$ — 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: G moet liggen tussen 607 en 743 (of: vanaf 608 tot en met 742) (gram) — 1

19 maximumscore 3

- De lengte wordt groter (dan bij een correcte meting) — 1
- (Het gewicht verandert niet, dus de teller in de formule voor R blijft gelijk en) de noemer wordt groter — 1
- Dus de schildpad krijgt een kleinere Jackson Ratio (dan hij in werkelijkheid heeft) — 1

20 maximumscore 3

- $G = W \cdot 454$ en $L = l \cdot 2{,}54$ — 1
- $R = \dfrac{W \cdot 454}{(l \cdot 2{,}54)^3}$ herleiden tot $R = \dfrac{454}{2{,}54^3} \cdot \dfrac{W}{l^3}$ (of $R = \dfrac{454W}{2{,}54^3 l^3}$) — 1
- De gevraagde waarde van c is 27,7 — 1

of

Een oplossing met voorbeeldwaarden, zoals

- $G = 675$ wordt $W = \dfrac{675}{454}$ $(= 1{,}48...)$ en $L = 15$ wordt $l = \dfrac{15}{2{,}54}$ $(= 5{,}90...)$ — 1
- $\dfrac{675}{15^3} = 0{,}20$ geeft $0{,}20 = c \cdot \dfrac{1{,}48...}{5{,}90...^3}$ — 1
- De gevraagde waarde van c is 27,7 — 1

of

- Als $W = 1$ en $l = 1$, dan geldt $R = c$ — 1
- $G = 454$ en $L = 2{,}54$ geeft $R = c = \dfrac{454}{2{,}54^3}$ — 1
- Het antwoord: 27,7 — 1

Opmerking

Als de kandidaat gerekend heeft met $c = \dfrac{2{,}54^3}{454}$ *voor deze vraag geen scorepunten toekennen.*

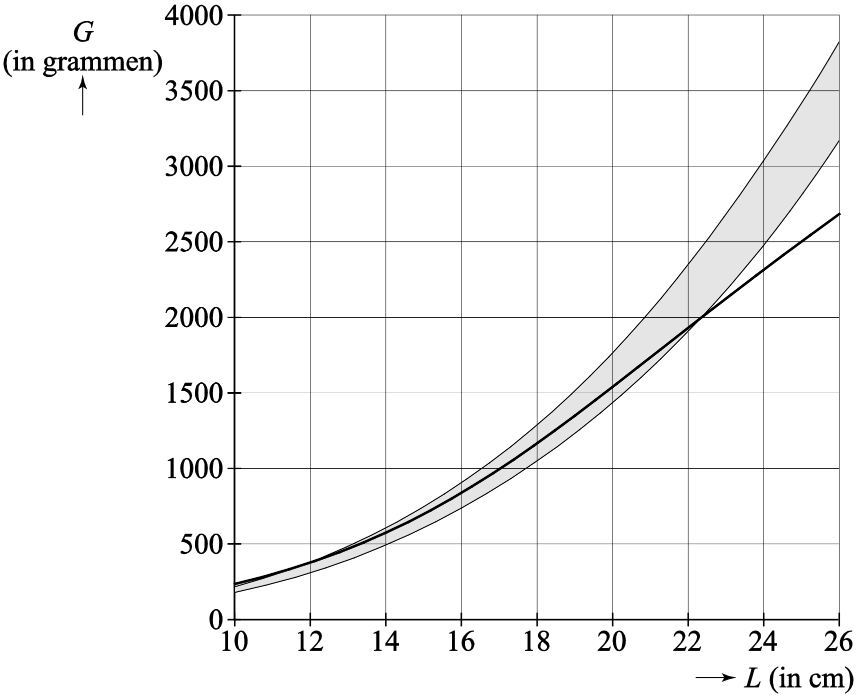
Vraag	Antwoord	Scores

21 **maximumscore 6**

- Voor de ondergrens geldt $\frac{G}{L^3}=0{,}18$ 1
- Voor de bovengrens geldt $\frac{G}{L^3}=0{,}22$ 1
- Dit geeft $G=0{,}18L^3$ en $G=0{,}22L^3$ voor de onder- respectievelijk de bovengrens 1
- Het tekenen van de grafiek die hoort bij de ondergrens in de figuur 1
- Het tekenen van de grafiek die hoort bij de bovengrens in de figuur 1
- Het arceren van het bedoelde gebied (zie de figuur hieronder) 1

of

- Voor de ondergrens geldt $\frac{G}{L^3}=0{,}18$ 1
- Voor de bovengrens geldt $\frac{G}{L^3}=0{,}22$ 1
- Het berekenen van minstens drie bij elkaar behorende waarden van G en L bij $\frac{G}{L^3}=0{,}18$ waarvan minstens één voor een waarde van $L \geq 24$ 1
- Het berekenen van minstens drie bij elkaar behorende waarden van G en L bij $\frac{G}{L^3}=0{,}22$ waarvan minstens één voor een waarde van $L \geq 24$ 1
- Het tekenen van de bijbehorende punten voor onder- en bovengrens in de figuur en deze verbinden met een vloeiende lijn 1
- Het arceren van het bedoelde gebied (zie de figuur hieronder) 1



Grotere windmolens

22 maximumscore 7

- Het totale vermogen van het windpark is $40 \cdot 0,75 = 30$ (MW) dus een nieuwe windmolen moet een vermogen van (minstens) 3 (MW) hebben 1
- De formule $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{h} \cdot D^{2}$ 1
- De formule $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9D} \cdot D^{2}$ 1
- De vergelijking $2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9D} \cdot D^{2} = 3$ 1
- Oplossen van deze vergelijking geeft $D = 88,8...$ 1
- De minimale ashoogte is $(0,9 \cdot 88,8... =)$ 79,9... (meter) 1
- $(10 \cdot 79,9... \cdot 25000 = 19992347,...$, dus) de gevraagde investering is 20 miljoen (of 20 000 000) (euro) 1

of

- De formule $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{h} \cdot D^{2}$ 1
- De formule $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9D} \cdot D^{2}$ 1
- Het aantal nieuwe windmolens is $(\frac{40}{10} =)\ 4$ keer zo klein als het huidige aantal windmolens, dus een nieuwe windmolen moet (minstens) 4 keer zo veel vermogen hebben als het vermogen van een huidige windmolen 1
- Dus $1,0068^{0,9D} \cdot D^{2}$ moet (minstens) 4 keer zo groot zijn als $1,0068^{45} \cdot 50^{2} (= 3391,4...)$, dit geeft $1,0068^{0,9D} \cdot D^{2} = 4 \cdot 3391,4...$ 1
- Oplossen van deze vergelijking geeft $D = 88,8...$ 1
- De minimale ashoogte is $(0,9 \cdot 88,8... =)$ 79,9... (meter) 1
- $(10 \cdot 79,9... \cdot 25000 = 19987192,...$, dus) de gevraagde investering is 20 miljoen (of 20 000 000) (euro) 1